



数 学

(100 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は3題で、6ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、3枚の解答用紙の所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。
5. 解答は、すべて解答用紙の指定された欄に書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答用紙を持ち帰ってはいけません。

- 1 (1) 直角三角形 ABC において, $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 4$ とする。 $\angle B$ の二等分線と辺 AC の交点を D とする。
- (ア) 線分 AD の長さを求めよ。
- (イ) 線分 BD の長さを求めよ。
- (ウ) $\sin \angle ADB$ の値を求めよ。
- (エ) $\triangle BCD$ の外接円の半径 R を求めよ。
- (2) x, y, a は $2^x = 9^y = a$, $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2$ を満たしている。 a の値を求めよ。
- (3) n を自然数とする。関数 $f(x) = xe^{2x}$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を考える。
 $f^{(n)}(x) = (2^n x + 2^{n-1} n) e^{2x}$ であることを数学的帰納法で証明せよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 i を虚数単位とする。 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{i + 2a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で複素数の列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ を定める。

(1) $z = a_2 + a_3$ とおく。 $|z|$ および z の偏角 θ を求めよ。ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(2) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおく。

(ア) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(イ) $c_n = b_n - 1 - i$ とおく。 c_{n+1} を c_n を用いて表せ。

(3) a_n を求めよ。

(4) 複素平面上の点 $A_n(a_n)$ を考える。4点 $A_n, A_{n+1}, A_{n+2}, A_{n+3}$ を頂点とする四角形の面積 S_n を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 関数 $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-t^2} dt$ ($0 \leq x \leq 2$) を考える。

(1) $f(\sqrt{2})$ の値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(\sqrt{2}, f(\sqrt{2}))$ における接線の方程式を求めよ。

(3) 定積分 $\int_0^{\sqrt{2}} f(x) dx$ の値 I を求めよ。

数学の試験問題はこれで終わりである。