



数 学

(100 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は3題で、6ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、3枚の解答用紙の所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。
5. 解答は、すべて解答用紙の指定された欄に書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答用紙を持ち帰ってはいけません。

1 (1)(ア) 不定積分 $\int x e^x dx$ を求めよ。

(イ) 定積分 $\int_0^1 x|e^x - 2|dx$ を求めよ。

(2) $p > \frac{1}{2}$ とする。曲線 $y = \sqrt{2x-1}$ 上の点 $(p, \sqrt{2p-1})$ における接線を ℓ , 法線を m とする。 ℓ と y 軸との交点を Q , m と y 軸との交点を R , 線分 QR の長さを L とする。

(ア) L を p を用いて表せ。

(イ) L の最小値とそのときの p の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

- 2 n を自然数とする。正の 3 の倍数の逆数を大きいものから順に並べた列を、次のように群に分ける。ただし、第 n 群には 2^{n-1} 個の数が入るものとする。

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} \frac{1}{3} & \frac{1}{6}, \frac{1}{9} & \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{21} & \frac{1}{24}, \frac{1}{27}, \frac{1}{30}, \frac{1}{33}, \frac{1}{36}, \frac{1}{39}, \frac{1}{42}, \frac{1}{45} & \cdots \\ \text{第 1 群} & \text{第 2 群} & \text{第 3 群} & \text{第 4 群} & \end{array}$$

- (1) 初めて現れる $\frac{1}{1000}$ 以下の数は、第何群に含まれるか答えよ。
- (2) 第 n 群の最初の数と最後の数をそれぞれ n を用いて表せ。
- (3) k 番目の数 $\frac{1}{3^k}$ が第 n 群に含まれるとする。 $2^{n-1} \leq k < 2^n$ が成り立つことを示せ。
- (4) $\frac{1}{3^{101}}$ は第何群に含まれるか答えよ。必要ならば $1.584 < \log_2 3 < 1.585$ を用いてよい。
- (5) 第 n 群に含まれる数の和を T_n とする。 $T_n > \frac{1}{6}$ が成り立つことを示せ。

数学の試験問題は次に続く。

3 原点を O とする座標空間に、点 $A(-1, 0, 0)$ と点 $B(-2, 2, 1)$ がある。

(1) 直線 AB に、 O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めよ。

(2) 直線 AB 上の 2 点 P, Q は、 $OP = OQ$ および $\cos \angle POQ = -\frac{2}{3}$ を満たすとする。 P, Q の座標を求めよ。ただし、 P の x 座標は Q の x 座標よりも大きいとする。

数学の試験問題はこれで終わりである。