



数 学

(120 分)

注意事項

1. 解答開始の合図があるまで、問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は 4 問で、2 ページあります。
3. 問題冊子には、「下書き用紙 1」～「下書き用紙 4」と書いてある下書き用紙がついています。下書き用紙と問題冊子の余白は、計算などに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は、下書き用紙も含めて持ち帰りなさい。解答冊子は持ち帰ってはいけません。

1 原点を O とする座標空間に点 $A(-3, 0, 0)$, 点 $B(0, 0, 1)$ がある。 A を通り $\vec{h} = (2, 1, 1)$ に平行な直線上に点 C があり, $\vec{h} \cdot \vec{BC} = -5$ を満たしているとする。

(1) C の座標を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

(3) 3点 A, B, C の定める平面 ABC 上にある点 D が $\vec{OD} \perp \vec{AB}$ かつ $\vec{OD} \perp \vec{h}$ を満たすとき, D の座標を求めよ。

2 $AB = 3, AC = 1$ である $\triangle ABC$ において, $\angle A = \theta$ とする (θ の単位は弧度法による)。また, $\triangle ABC$ の内接円の半径を r とし, 内接円と辺 BC との接点を D とする。

(1) BC, CD および r を θ を用いて表せ。

(2) 極限 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{CD}{r\theta}$ を求めよ。

3 関数

$$f(x) = \log(x+1) - \log(x^2+1) \quad (x > -1)$$

を考える。ただし、 \log は自然対数である。

- (1) $f(x)$ の極値とそれを与える x の値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

4 a, b は自然数とする。

- (1) $a^2 - b^2 = 5$ を満たす a, b の組をすべて求めよ。
- (2) p は素数とする。 $a^3 - b^3 = p^2$ を満たす最小の p とそのときの a, b の組をすべて求めよ。

問題は、このページで終わりである。