

前

# 数 学

(120分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は4問で、8ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、すべて解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答冊子を持ち帰ってはいけません。

1 1個のさいころを3回投げて、出た目を小さい順に  $a, b, c$  ( $a \leq b \leq c$ ) とする。

(1)  $(a, b, c) = (4, 5, 6)$  となる確率  $P_1$  を求めよ。

(2)  $a = 1$  となる確率  $P_2$  を求めよ。

(3)  $c = 3$  となる確率  $P_3$  を求めよ。

(4) 不等式  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 4$  を満たす  $(a, b, c)$  の組をすべて求めよ。

(5) 不等式  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 4$  を満たす確率  $P_4$  を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 座標空間において、ベクトル  $\vec{a} = (1, 2, -2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, 2)$  を考える。

$0 \leq \theta < 2\pi$  とし、 $\vec{p} = (\cos \theta)\vec{a} + (\sin \theta)\vec{b}$ ,  $\vec{q} = (\cos \theta, \sin \theta, 1)$  とおく。

- (1)  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{b}|$  および内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2)  $|\vec{p}|$  の値が  $\theta$  に関係なく一定であることを示せ。また、その値を求めよ。
- (3) 内積  $\vec{p} \cdot \vec{q}$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (4)  $t = \sin \theta - \cos \theta$  とおく。 $\vec{p}$  と  $\vec{q}$  のなす角を  $\theta_1$  とする。
  - (ア)  $t$  の値の範囲を求めよ。
  - (イ)  $\cos \theta_1$  を  $t$  の関数で表せ。
  - (ウ)  $t$  の関数  $\cos \theta_1$  の最大値と最小値およびそれらを与える  $t$  の値をそれぞれ求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3  $i$  を虚数単位とする。  $z = a + \frac{i}{4a}$  ( $a > 0$ ) とする。

(1)  $|z|$  を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $z$  の偏角を  $\frac{\pi}{4}$  とする。

(ア)  $a$  の値を求めよ。

(イ)  $\frac{1}{\bar{z}}$  の値を求めよ。

(ウ)  $\frac{1}{1-z} - \sum_{k=0}^8 z^k$  の値を求めよ。

(3)  $a = 1$  とする。複素平面上の点  $w$  は、点  $z$  を原点を中心に  $\frac{\pi}{3}$  回転させた点とする。複素平面上の 3 点  $A(z)$ ,  $B(w)$ ,  $C(\bar{z})$  を頂点とする三角形の面積  $S_1$  と、3 点  $A(z)$ ,  $B(w)$ ,  $D\left(\frac{w+\bar{z}}{2}\right)$  を頂点とする三角形の面積  $S_2$  をそれぞれ求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4  $p$  を正の定数とする。2つの関数  $f(x) = x \log \frac{x}{p}$  と  $g(x) = e^{f(x)}$  を考える。ただし、 $\log$  は自然対数である。

(1) 導関数  $f'(x)$  と  $g'(x)$  を求めよ。

(2) 定積分  $I = \int_p^{2p} \frac{xg'(x)}{g(x)} dx$  を求めよ。

(3)  $x \geq 1$  の範囲での関数  $g(x)$  の最小値を  $p$  を用いて表せ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。



数学の試験問題はこれで終わりである。